

**TD n° 4 : Matrices et Systèmes linéaires (2)****Exercice 1**

Résoudre les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 1 \\ 5x + 2y + 3z = 4 \\ 3x + 5y + 2z = 0 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y + 3z = 8 \\ x + 2y - z = -3 \\ x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

**Exercice 2**

Discuter et résoudre, suivant les valeurs du paramètre  $a \in \mathbb{R}$ , les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} 2x - 2y = ax \\ -x + 3y = ay \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} (a+1)x + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + z = a+1 \end{cases}$$

**Exercice 3**

Calculer l'inverse, lorsqu'il existe, des matrices suivantes ( $a \in \mathbb{R}$ ) :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} ; C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & a & -4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Exercice 4**

1. Montrer que la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  est inversible et calculer  $A^{-1}$  en utilisant la méthode de Gauss-Jordan.

2. Résoudre le système suivant :  $(S) \begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = -1 \end{cases}$

**Exercice 5**

On considère la matrice  $A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \alpha \end{pmatrix}$ . Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de  $\alpha \in \mathbb{R}$   $A_\alpha$  est inversible et calculer  $A_\alpha^{-1}$  pour ces valeurs.

**Exercice 6**

$$\text{Soit } n \in \mathbb{N}^* \text{ et } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}).$$

Montrer que  $A$  est inversible et calculer son inverse en utilisant la méthode de Gauss-Jordan.