

Programme de la colle n° 6 (du 15/12 au 10/01)**I) Réduction des endomorphismes (suite et fin)**

Révision du programme précédent.

Point de vue matriciel : matrice diagonalisable ; $A = \text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ diagonalisable $\iff u$ diagonalisable ; conséquence pour une matrice A carrée d'ordre n admettant n v. p. distinctes ; deux matrices semblables ont les mêmes v. p. ; cas d'une matrice (ou d'un endomorphisme) ayant une seule valeur propre.

Applications de la diagonalisation : calcul des puissances d'une matrice carrée (cas où la matrice est diagonale ou diagonalisable, pistes pour les autres cas) ; suites définies par une relation de récurrence linéaire portant sur deux ou trois termes.

II) Développements limités

Définitions du développement limité en 0, en x_0 , en $\pm\infty$.

Propriétés : unicité du D.L. (admis) ; équivalence entre la dérivabilité et l'existence d'un D.L. à l'ordre 1 ; D.L. d'une fonction paire (resp. impaire).

Théorème de Taylor-Young (admis) ; D.L. usuels en 0 : e^x , $\ln(1+x)$, $\cos x$, $\sin x$, $(1+x)^\alpha$ et, en particulier, $\frac{1}{1+x}$, $\frac{1}{1-x}$.

Opérations sur les développements limités : troncature, somme, produit (admis), composition (admis).

Exemples d'utilisation des D.L. pour la recherche de limites, d'équivalents, pour l'étude locale des courbes (position par rapport à une tangente, mise en évidence d'une asymptote et position de la courbe par rapport à celle-ci au voisinage de $\pm\infty$).

Question de cours :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révision). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B. : En 1ère semaine, les exercices ne porteront que sur le I).